

Grupo ARCOS

uc3m | Universidad **Carlos III** de Madrid

Tema 2: Representación de la información **(1/2)**

Estructura de Computadores

Grado en Ingeniería Informática

Grado en Matemática aplicada y Computación

Doble Grado en Ingeniería Informática y Administración de Empresas



Contenidos

1. Introducción

1. Motivación y objetivos
2. Sistemas posicionales (convertir, rango y complemento)

2. Representaciones

1. Alfánuméricas

1. Caracteres
2. Cadenas de caracteres

2. Numéricas

1. Naturales y enteras
2. Coma fija
3. Coma flotante (estándar IEEE 754)

Contenidos

1. Introducción

1. Motivación y objetivos
2. Sistemas posicionales (convertir, rango y complemento)

2. Representaciones

1. Alfanuméricas

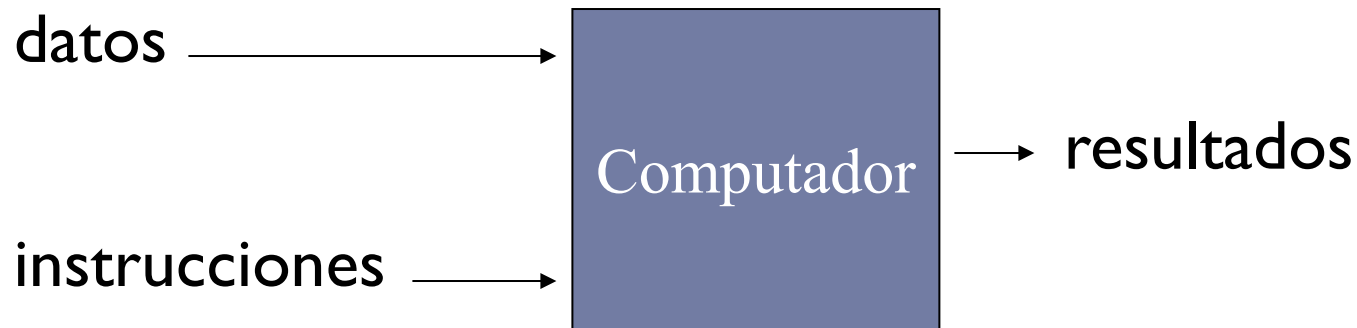
1. Caracteres
2. Cadenas de caracteres

2. Numéricas

1. Naturales y enteras
2. Coma fija
3. Coma flotante (estándar IEEE 754)

Introducción: computador

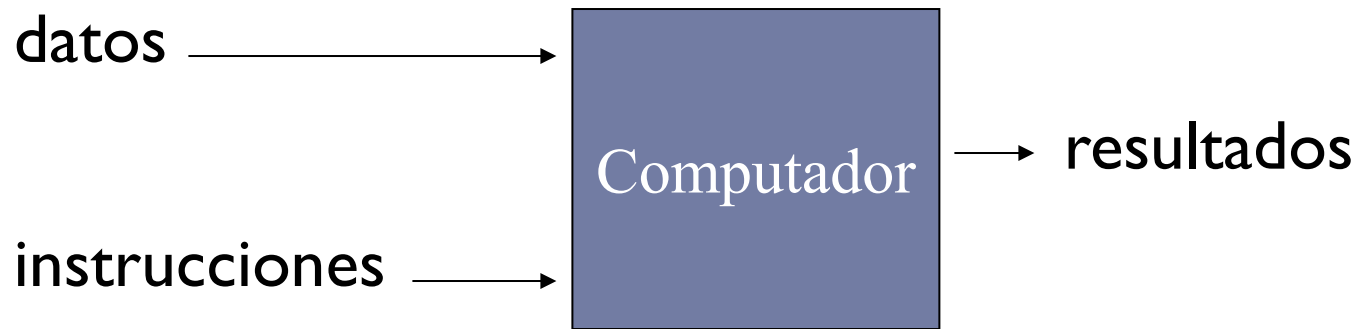
- ▶ Un computador es una máquina destinada a procesar datos.



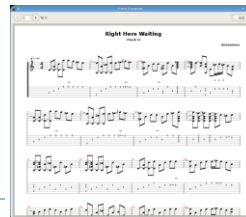
- ▶ Se aplican unas instrucciones y se obtiene unos resultados

Introducción: computador

- Un computador es una máquina destinada a procesar datos.

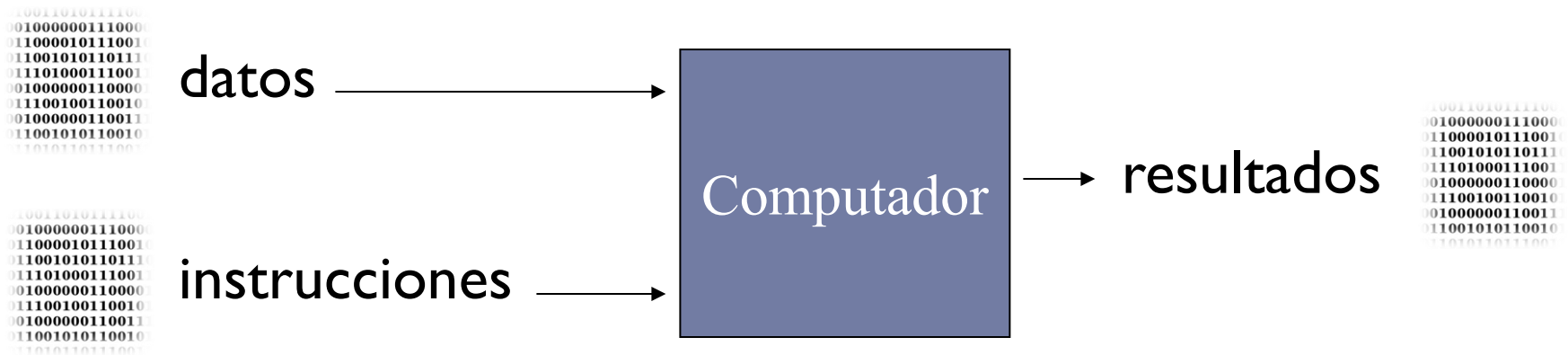


- Se aplican unas instrucciones y se obtiene unos resultados
- Los datos/información pueden ser de **distintos tipos**.



Introducción: computador

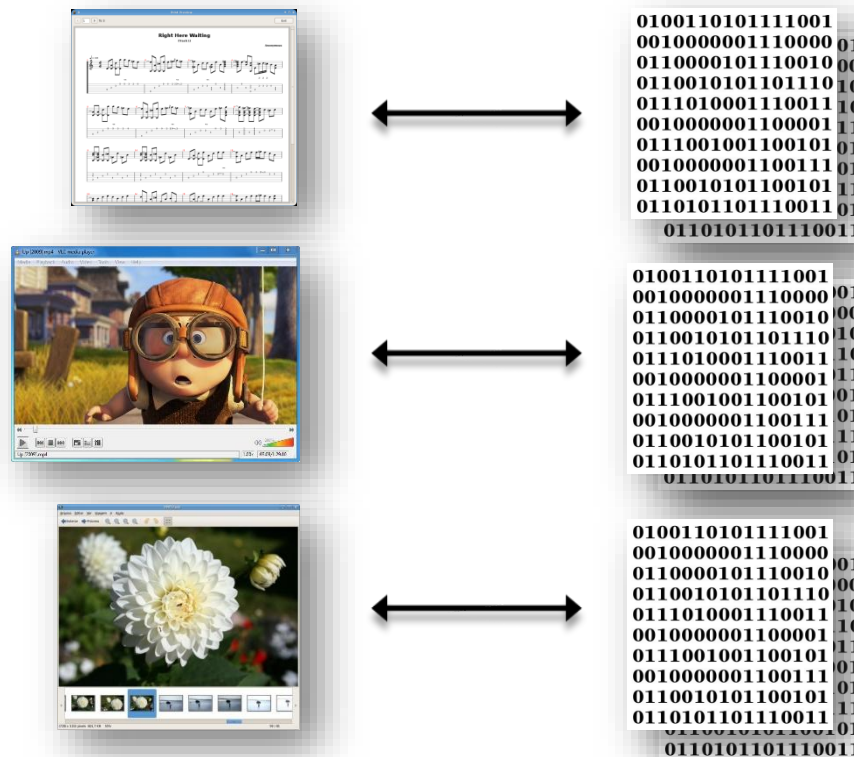
- Un computador es una máquina destinada a procesar datos.



- Se aplican unas instrucciones y se obtiene unos resultados
- Los datos/información pueden ser de **distintos tipos**.
- Un computador solo usa una representación: **binario**.

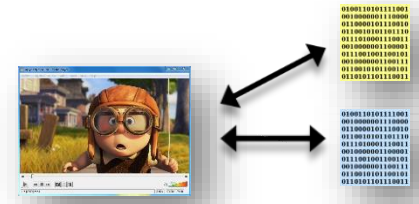
Introducción: representación de la información

- El uso de una **representación** permite transformar los distintos tipos de información en binario (y viceversa)



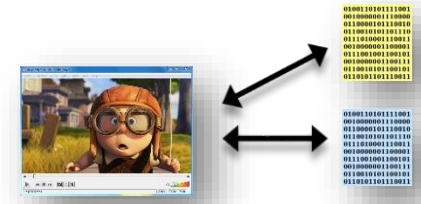
Necesitaremos...

- Conocer posibles representaciones:



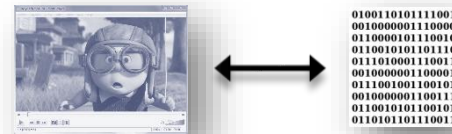
Necesitaremos...

- ▶ Conocer posibles representaciones:



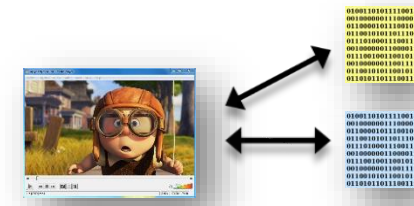
- ▶ Conocer las características de las mismas:

- ▶ Limitaciones



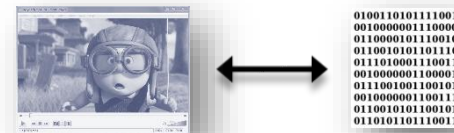
Necesitaremos...

- Conocer **posibles representaciones**:

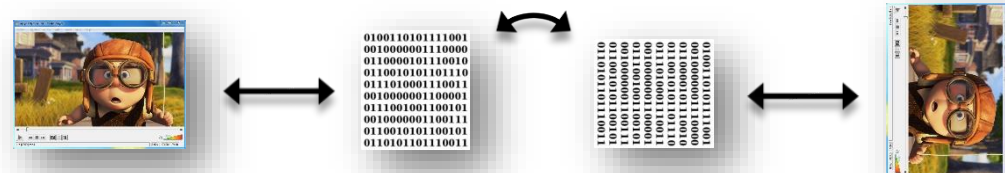


- Conocer las **características** de las mismas:

- Limitaciones

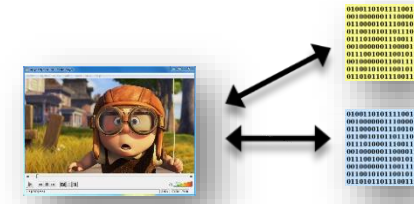


- Conocer **cómo operar** con la representación:



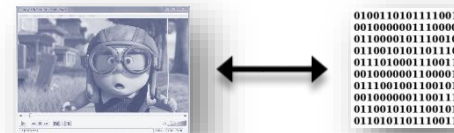
Necesitaremos...

- Conocer posibles representaciones:

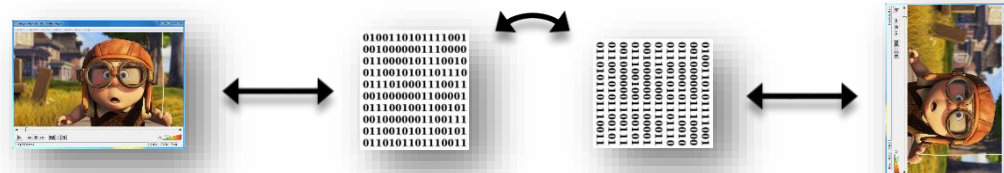


- Conocer las características de las mismas:

- Limitaciones



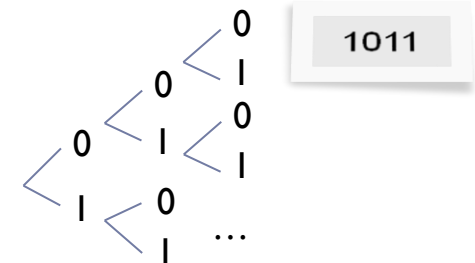
- Conocer cómo operar con la representación:



Introducción: características de la información

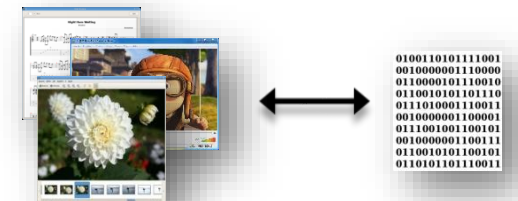
- ▶ Un **computador maneja un conjunto finito de valores**

- ▶ Tipo binario (dos estados)
- ▶ Finito (representación acotada)
 - ▶ N° de bits de palabra del computador o bit (1), nibble (4), byte (8), half w., double w., ...
 - ▶ Con **n** bits se pueden codificar **2ⁿ** valores distintos



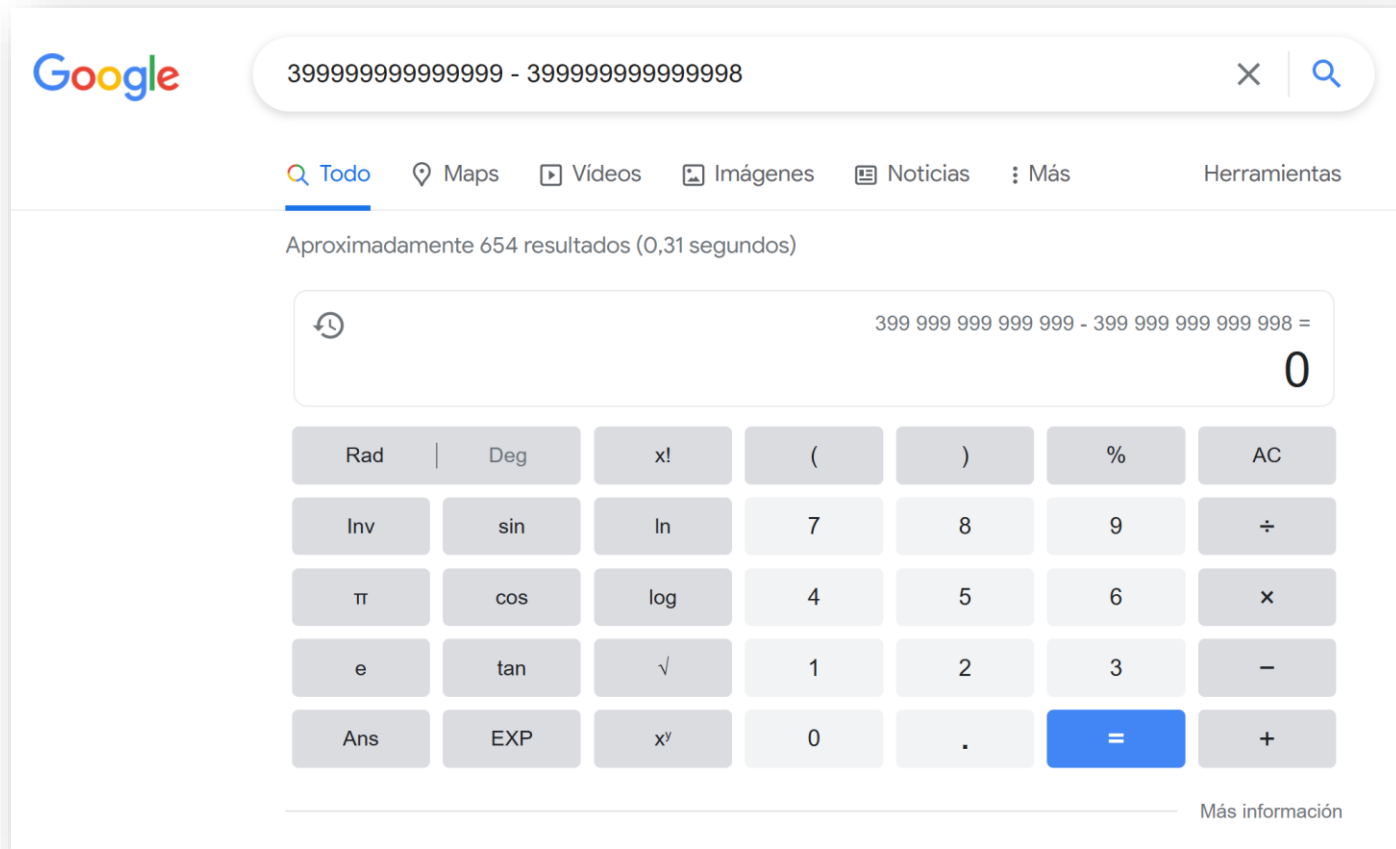
- ▶ Hay algunos tipos de información que son **infinitos**

- ▶ Imposible representar todos los valores de los números naturales, reales, etc.



- ▶ La representación elegida tiene **limitaciones**

Ejemplo 1: la calculadora de Google con 15 dígitos...



<http://www.20minutos.es/noticia/415383/0/google/restar/error/>

Ejemplo 2: la profundidad de color...

1 bit	2 colores
4 bits	16 colores
8 bits	256 colores



<http://platea.pntic.mec.es/~lgonzale/tic/imagen/conceptos.html>

Ejemplo 2: la profundidad de color...

1 bit	2 colores
4 bits	16 colores
8 bits	256 colores



<http://platea.pntic.mec.es/~lgonzale/tic/imagen/conceptos.html>

Ejemplo 2: la profundidad de color...

1 bit	2 colores
4 bits	16 colores
8 bits	256 colores



<http://platea.pntic.mec.es/~lgonzale/tic/imagen/conceptos.html>

Contenidos

I. Introducción

1. Motivación y objetivos
2. **Sistemas posicionales (convertir, rango y complemento)**

2. Representaciones

I. Alfanuméricas

1. Caracteres
2. Cadenas de caracteres

2. Numéricas

1. Naturales y enteras
2. Coma fija
3. Coma flotante (estándar IEEE 754)

Sistemas de representación posicionales

- ▶ Un número se define por una **cadena de dígitos**, estando **afectado** cada uno de ellos por un **factor de escala** que **depende** de la **posición** que ocupa en la cadena.

- ▶ Dada una base de numeración b , un número X se define como la cadena de dígitos:

$$X = (\dots x_2 x_1 x_0, x_{-1} x_{-2} \dots)_b \quad \text{Con } 0 \leq x_i < b$$

con una lista de pesos asociados:

$$P = (\dots b^2 b^1 b^0 \quad b^{-1} b^{-2} \dots)_b$$

- ▶ Su valor es:

$$V(X) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} b^i \cdot x_i = \dots b^2 \cdot x_2 + b^1 \cdot x_1 + b^0 \cdot x_0 + b^{-1} \cdot x_{-1} + b^{-2} \cdot x_{-2} \dots$$


Sistemas de representación posicionales

► Decimal

$$X = \quad 9 \quad 7 \quad 3 \quad 1 \\ \quad \dots 10^3 \ 10^2 \ 10^1 \ 10^0$$

► Binario

$$X = \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \\ \quad \dots 2^3 \ 2^2 \ 2^1 \ 2^0$$

► Hexadecimal

$$X = \quad B \quad A \quad 5 \quad E \\ \quad \dots 16^3 \ 16^2 \ 16^1 \ 16^0$$

Conversión

► Decimal

$$X = \begin{array}{cccc} 9 & 7 & 3 & 1 \\ \dots & 10^3 & 10^2 & 10^1 & 10^0 \end{array}$$

► Binario

$$X = \begin{array}{cccc} 0 & 1 & 0 & 1 \\ \dots & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \end{array}$$

► Hexadecimal

$$X = \begin{array}{cccc} B & A & 5 & E \\ \dots & 16^3 & 16^2 & 16^1 & 16^0 \end{array}$$

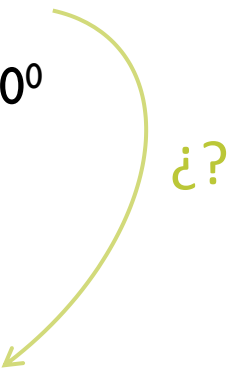
Paso de binario a hexadecimal:

- Agrupar de 4 en 4 bits, de derecha a izquierda
- Cada 4 bits es el valor del dígito hexadecimal

Ej.: $\begin{array}{ccccccccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ \hline & & & & & & & \\ 0x & & A & & & & 5 & \end{array}$

Conversión

► Decimal

$$X = \begin{array}{cccc} 9 & 7 & 3 & 1 \\ \dots & 10^3 & 10^2 & 10^1 & 10^0 \end{array}$$


► Binario

$$X = \begin{array}{cccc} 0 & 1 & 0 & 1 \\ \dots & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \end{array}$$

► Hexadecimal

$$X = \begin{array}{cccc} B & A & 5 & E \\ \dots & 16^3 & 16^2 & 16^1 & 16^0 \end{array}$$

Ejercicio

- Representar 342 en binario:

256	128	64	32	16	8	4	2	1
?	?	?	?	?	?	?	?	?

Ejercicio (solución)

- Representar 342 en binario:

256	128	64	32	16	8	4	2	1
	0		0		0			0
342-256=86	86-64=22	22-16=6	6-4=2	2-2=0				

Ejercicio

- Calcular el valor de (23 unos):

Ejercicio (solución)

- Calcular el valor de (23 unos):

$$X = 2^{23} - 1$$

Truco:

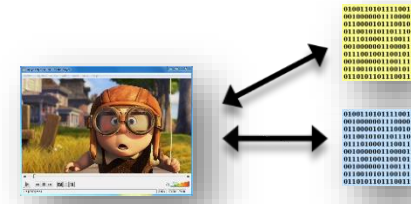
$$\begin{array}{rcl}
 & | | | | | | | | | | | | | | | | | | \\
 + & 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 \\
 \hline
 & 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0_2 = 2^{23}
 \end{array}$$

$$X = 2^{23} - 1$$

Necesitaremos...

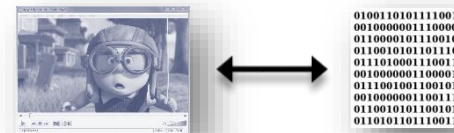
Recordatorio

- Conocer posibles representaciones:

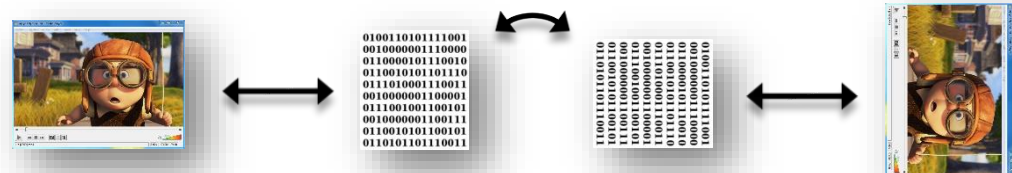


- Conocer las características de las mismas:

- Limitaciones

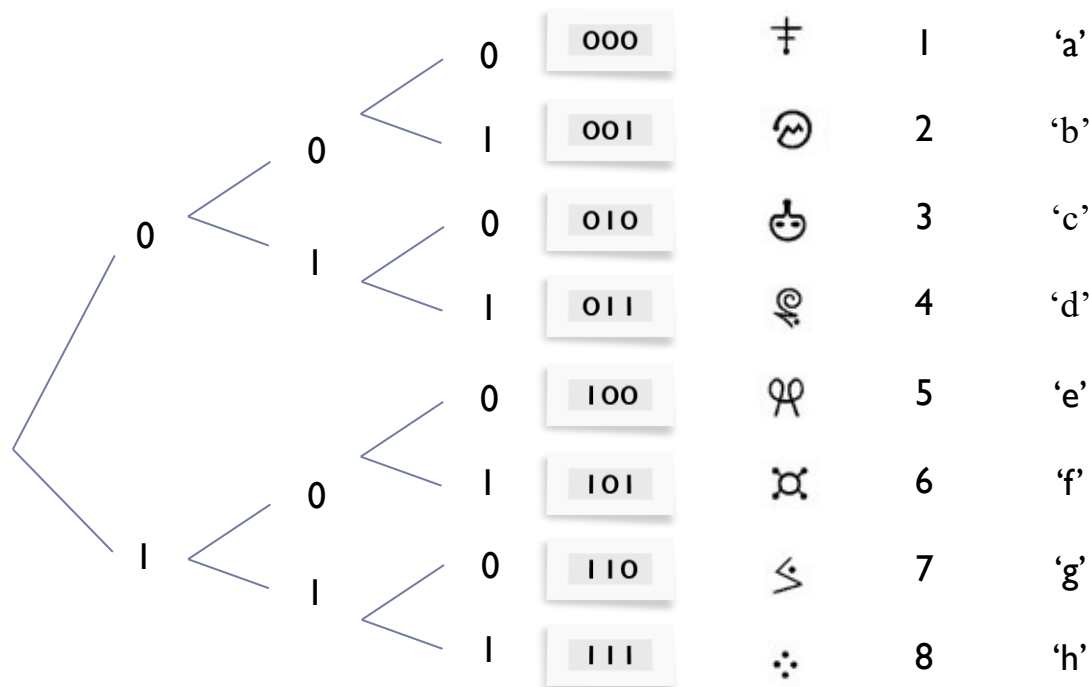


- Conocer cómo operar con la representación:



Sistemas de representación posicionales

- ▶ Con **3 dígitos binarios**, se pueden representar **8 símbolos**:



Sistemas de representación posicionales

- ▶ ¿Cuántos valores se pueden representar con n bits?
- ▶ ¿Cuántos bits se necesitan para representar m 'valores'?
- ▶ Con n bits,
si el valor mínimo representable corresponde al número 0,
¿Cuál es el máximo valor numérico representable?

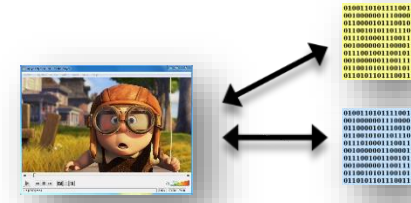
Sistemas de representación posicionales

- ▶ ¿Cuántos valores se pueden representar con n bits?
 - ▶ 2^n
 - 
 - ▶ Ej.: con 4 bits se pueden representar 16 valores
- ▶ ¿Cuántos bits se necesitan para representar m 'valores'?
 - ▶ $\lceil \text{Log}_2(n) \rceil$ ($\text{Log}_2(n)$ por exceso)
 - ▶ Ej.: para representar 35 valores se necesitan 6 bits
- ▶ Con n bits,
si el valor mínimo representable corresponde al número 0,
¿Cuál es el máximo valor numérico representable?
 - ▶ $2^n - 1$

Necesitaremos...

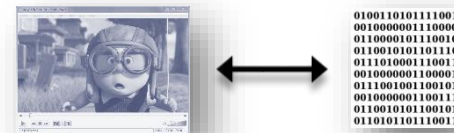
Recordatorio

- Conocer posibles representaciones:

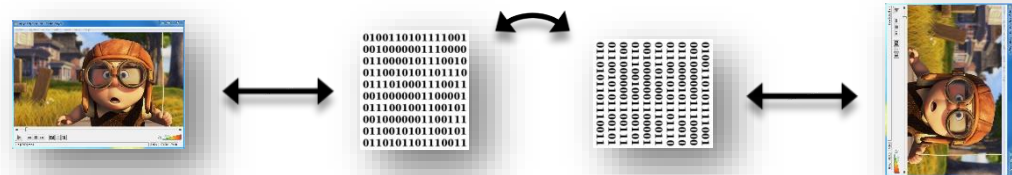


- Conocer las características de las mismas:

- Limitaciones



- Conocer cómo operar con la representación:



Operaciones con representación binaria

► Sumar en binario:

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \quad 1 \\ 10100 \\ + 11110 \\ \hline 110010 \end{array}$$

Operaciones con representación binaria

► Sumar en binario:

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \quad 1 \\ 10100 \\ + 11110 \\ \hline 110010 \end{array}$$

► Restar en binario:

$$\begin{array}{r} 1 \rightarrow 1 \rightarrow \\ 01100 \\ - 01011 \\ \hline 00001 \end{array}$$

Ejercicio

2 minutos máx.



Tienes una botella de 5 litros y otra de 3 litros.
¿Cómo conseguir justo 4 litros de agua?



Ejercicio (solución)

2 minutos máx.



Tienes una botella de 5 litros y otra de 3 litros.
¿Cómo conseguir justo 4 litros de agua?



- ▶ Llene la jarra de 5 litros
- ▶ Vacíalo en la jarra de 3 litros
 - ▶ Quedan 2 en la jarra de 5 litros (-3 a 5).
- ▶ Tira lo que hay en la jarra de 3 litros
- ▶ Transfiere los 2 de la jarra de 5 litros a la de 3 litros
 - ▶ Queda 1 en la jarra de 3 litros (-1 a 3).
- ▶ Rellena la jarra de 5 litros
- ▶ Llena la jarra de 3 litros hasta arriba, lo que queda en la jarra de 5 litros son 4 litros

Ejercicio

2 minutos máx.



- Utilizando los números 112 y -71 en base decimal, realiza la suma en complemento a 10 .

Ejercicio (solución)

2 minutos máx.



- ▶ Complemento a 10 de 112 es: 112
- ▶ Complemento a 10 de -71 es:

$$\begin{array}{r} 1000 \\ -0071 \\ \hline 929 \end{array}$$

- ▶ Sumando ambos:

$$\begin{array}{r} 112 \\ 929 \\ \hline \text{X } 041 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 112 \\ -071 \\ \hline 041 \end{array}$$

Ejercicio

2 minutos máx.



- Utilizando los números 110 y -011 en binario, realiza la suma en complemento a 2.

Ejercicio (solución)

2 minutos máx.



- ▶ Complemento a 2 de 110 es: 110
- ▶ Complemento a 2 de -011 es:

$$\begin{array}{r} 1000 \\ -011 \\ \hline 100+1 \end{array}$$

- ▶ Sumando ambos:

$$\begin{array}{r} 110 \\ 101 \\ \hline \text{X } 011 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 110 \\ -011 \\ \hline 011 \end{array}$$

Contenidos

1. Introducción

1. Motivación y objetivos
2. Sistemas posicionales (convertir, rango y complemento)

2. Representaciones

1. Alfanuméricas

1. **Caracteres**
2. **Cadenas de caracteres**

2. Numéricas

1. Naturales y enteras
2. Coma fija
3. Coma flotante (estándar IEEE 754)

Representación alfanumérica

- ▶ Cada carácter se codifica con un byte.
- ▶ Para n bits $\Rightarrow 2^n$ caracteres representables:

# bits	# caracteres	Incluye...	Ejemplo
6	64	• 26 letras: a...z • 10 números: 0...9 • Puntuación: .,;:... • Especiales: + - [...	BCDIC
7	128	• añade mayúsculas y caracteres de control	ASCII
8	256	• añade letras acentuadas, ñ, caracteres semigráficos	EBCDIC ASCII extendido
16	34.168	• Añade distintos idiomas (chino, árabe,...)	UNICODE

Ejemplo: tabla ASCII (7 bits)

ASCII value	Character	Control character	ASCII value	Character	ASCII value	Character	ASCII value	Character
000	(null)	NUL	032	(space)	064	@	096	
001	☺	SOH	033	!	065	A	097	a
002	☹	STX	034	"	066	B	098	b
003	♥	ETX	035	#	067	C	099	c
004	♦	EOT	036	\$	068	D	100	d
005	♣	ENQ	037	%	069	E	101	e
006	♠	ACK	038	&	070	F	102	f
007	(beep)	BEL	039	'	071	G	103	g
008	■	BS	040	(	072	H	104	h
009	(tab)	HT	041	)	073	I	105	i
010	(line feed)	LF	042	*	074	J	106	j
011	(home)	VT	043	+	075	K	107	k
012	(form feed)	FF	044	,	076	L	108	l
013	(carriage return)	CR	045	-	077	M	109	m
014	♪	SO	046	.	078	N	110	n
015	☼	SI	047	/	079	O	111	o
016	▲	DLE	048	0	080	P	112	p
017	▼	DC1	049	1	081	Q	113	q
018	↕	DC2	050	2	082	R	114	r
019	!!	DC3	051	3	083	S	115	s
020	π	DC4	052	4	084	T	116	t
021	\$	NAK	053	5	085	U	117	u
022	▬	SYN	054	6	086	V	118	v
023	↕	ETB	055	7	087	W	119	w
024	↕	CAN	056	8	088	X	120	x
025	↕	EM	057	9	089	Y	121	y
026	→	SUB	058	:	090	Z	122	z
027	←	ESC	059	;	091	[	123	{
028	(cursor right)	FS	060	<	092	\	124	}
029	(cursor left)	GS	061	=	093	]	125	~
030	(cursor up)	RS	062	>	094	^	126	
031	(cursor down)	US	063	?	095	_	127	☐

Copyright 1998, JimPrice.Com Copyright 1982, Loading Edge Computer Products, Inc.

Ejemplo: tabla ASCII (7 bits)

caracteres de control

ASCII value	Character	Control character	ASCII value	Character	ASCII value	Character	ASCII value	Character
000	(null)	NUL	032	(space)	064	@	096	
001	☺	SOH	033	!	065	A	097	a
002	☹	STX	034	"	066	B	098	b
003	♥	ETX	035	#	067	C	099	c
004	♦	EOT	036	\$	068	D	100	d
005	♣	ENQ	037	%	069	E	101	e
006	♠	ACK	038	&	070	F	102	f
007	(beep)	BEL	039	'	071	G	103	g
008	■	BS	040	(	072	H	104	h
009	(tab)	HT	041	)	073	I	105	i
010	(line feed)	LF	042	*	074	J	106	j
011	(home)	VT	043	+	075	K	107	k
012	(form feed)	FF	044	,	076	L	108	l
013	(carriage return)	CR	045	-	077	M	109	m
014	♪	SO	046	.	078	N	110	n
015	☼	SI	047	/	079	O	111	o
016	▲	DLE	048	0	080	P	112	p
017	▼	DC1	049	1	081	Q	113	q
018	↕	DC2	050	2	082	R	114	r
019	!!	DC3	051	3	083	S	115	s
020	π	DC4	052	4	084	T	116	t
021	\$	NAK	053	5	085	U	117	u
022	▬	SYN	054	6	086	V	118	v
023	↕	ETB	055	7	087	W	119	w
024	↕	CAN	056	8	088	X	120	x
025	↕	EM	057	9	089	Y	121	y
026	→	SUB	058	:	090	Z	122	z
027	←	ESC	059	;	091	[	123	{
028	(cursor right)	FS	060	<	092	\	124	
029	(cursor left)	GS	061	=	093	]	125	}
030	(cursor up)	RS	062	>	094	^	126	~
031	(cursor down)	US	063	?	095	_	127	☐

Copyright 1998, JimPrice.Com Copyright 1992, Loading Edge Computer Products, Inc.

< 32

Ejemplo: tabla ASCII (7 bits)

distancia mayúsculas-minúsculas

ASCII value	Character	Control character	ASCII value	Character	ASCII value	Character	ASCII value	Character
000	(null)	NUL	032	(space)	064	@	096	
001	☺	SOH	033	!	<u>065</u>	<u>A</u>	<u>097</u>	<u>a</u>
002	☹	STX	034	"	066	B	098	b
003	♥	ETX	035	#	067	C	099	c
004	♦	EOT	036	\$	068	D	100	d
005	♣	ENQ	037	%	069	E	101	e
006	♠	ACK	038	&	070	F	102	f
007	(beep)	BEL	039	'	071	G	103	g
008	■	BS	040	(	072	H	104	h
009	(tab)	HT	041	)	073	I	105	i
010	(line feed)	LF	042	*	074	J	106	j
011	(home)	VT	043	+	075	K	107	k
012	(form feed)	FF	044	,	076	L	108	l
013	(carriage return)	CR	045	-	077	M	109	m
014	♪	SO	046	.	078	N	110	n
015	☼	SI	047	/	079	O	111	o
016	▲	DLE	048	0	080	P	112	p
017	▼	DC1	049	1	081	Q	113	q
018	↕	DC2	050	2	082	R	114	r
019	!!	DC3	051	3	083	S	115	s
020	π	DC4	052	4	084	T	116	t
021	\$	NAK	053	5	085	U	117	u
022	▬	SYN	054	6	086	V	118	v
023	↕	ETB	055	7	087	W	119	w
024	↕	CAN	056	8	088	X	120	x
025	↕	EM	057	9	089	Y	121	y
026	→	SUB	058	:	090	Z	122	z
027	←	ESC	059	;	091	[	123	{
028	(cursor right)	FS	060	<	092	\	124	
029	(cursor left)	GS	061	=	093	]	125	}
030	(cursor up)	RS	062	>	094	^	126	~
031	(cursor down)	US	063	?	095	_	127	☐

Copyright 1998, JimPrice.Com Copyright 1992, Loading Edge Computer Products, Inc.

$$97-65=32$$

Ejemplo: tabla ASCII (7 bits)

conversión de un número a carácter

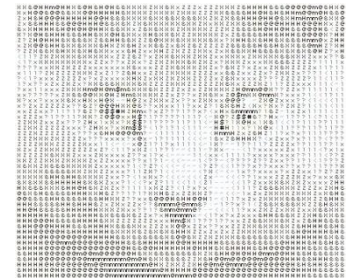
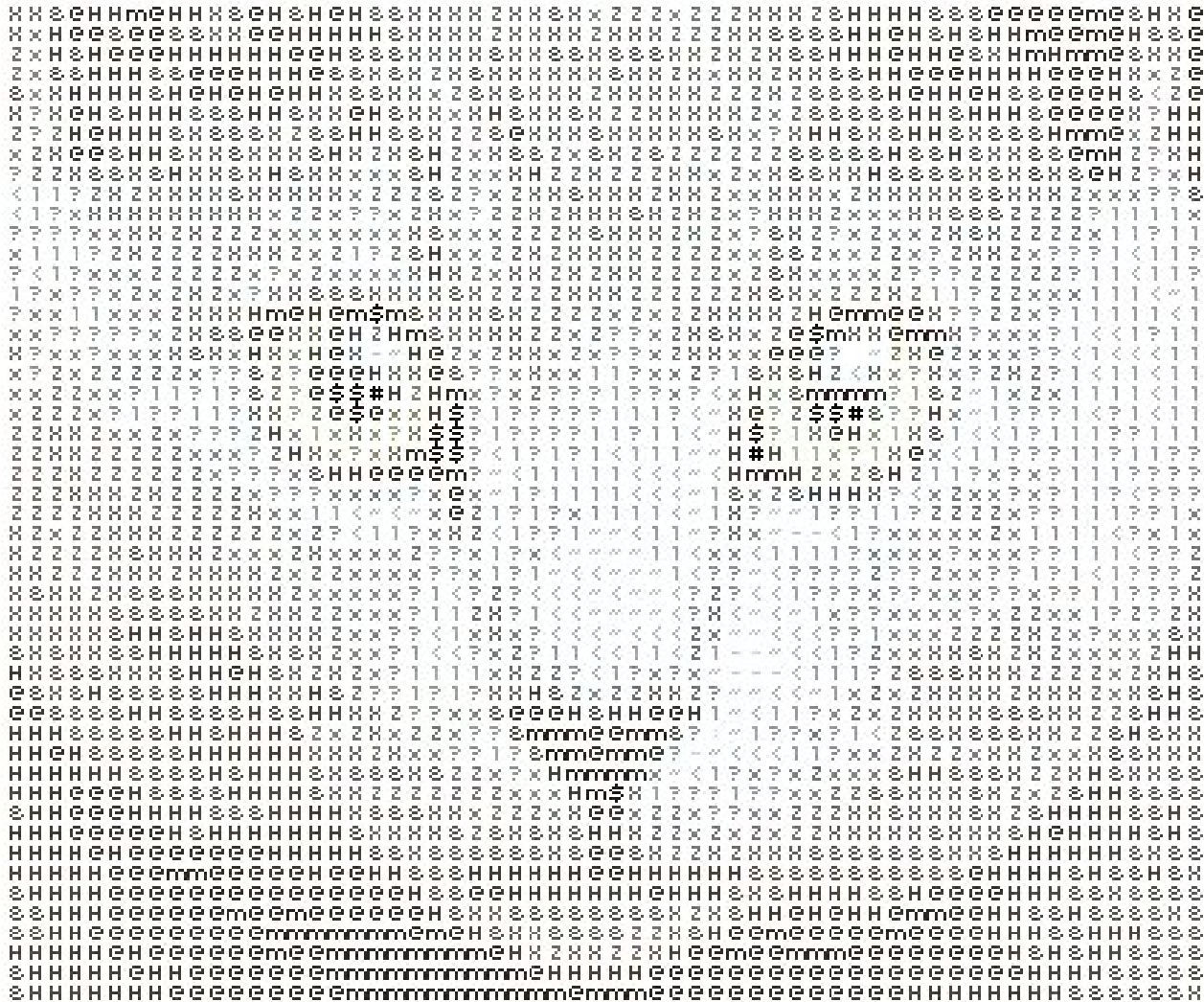
ASCII value	Character	Control character	ASCII value	Character	ASCII value	Character	ASCII value	Character
000	(null)	NUL	032	(space)	064	@	096	
001	☺	SOH	033	!	065	A	097	a
002	☹	STX	034	"	066	B	098	b
003	♥	ETX	035	#	067	C	099	c
004	♦	EOT	036	\$	068	D	100	d
005	♣	ENQ	037	%	069	E	101	e
006	♠	ACK	038	&	070	F	102	f
007	(beep)	BEL	039	'	071	G	103	g
008	■	BS	040	(	072	H	104	h
009	(tab)	HT	041	)	073	I	105	i
010	(line feed)	LF	042	*	074	J	106	j
011	(home)	VT	043	+	075	K	107	k
012	(form feed)	FF	044	,	076	L	108	l
013	(carriage return)	CR	045	-	077	M	109	m
014	♪	SO	046	.	078	N	110	n
015	☼	SI	047	/	079	O	111	o
016	▲	DLE	048	0	080	P	112	p
017	▼	DC1	049	1	081	Q	113	q
018	↕	DC2	050	2	082	R	114	r
019	!!	DC3	051	3	083	S	115	s
020	π	DC4	052	4	084	T	116	t
021	\$	NAK	053	5	085	U	117	u
022	▬	SYN	054	6	086	V	118	v
023	↕	ETB	055	7	087	W	119	w
024	↕	CAN	056	8	088	X	120	x
025	↕	EM	057	9	089	Y	121	y
026	→	SUB	058	:	090	Z	122	z
027	←	ESC	059	;	091	[	123	{
028	(cursor right)	FS	060	<	092	\	124	
029	(cursor left)	GS	061	=	093	]	125	}
030	(cursor up)	RS	062	>	094	^	126	~
031	(cursor down)	US	063	?	095	_	127	☐

Copyright 1998, JimPrice.Com Copyright 1982, Loading Edge Computer Products, Inc.

6+48=54

Curiosidad:

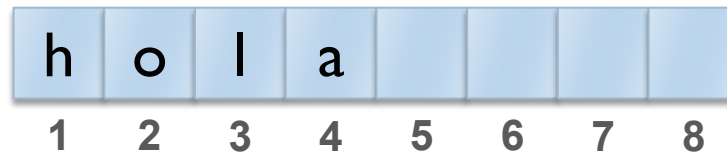
Visualización ‘gráfica’ con caracteres



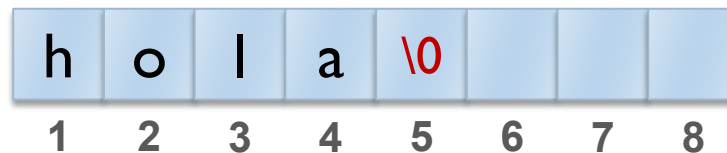
Cadenas de caracteres

1000	00110011
1001	01101100
...	
1008	10100011

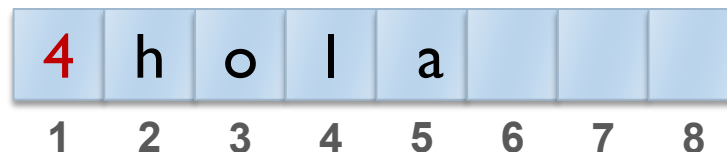
1. Cadenas de longitud fija:



2. Cadenas de longitud variable con separador:



3. Cadenas de longitud variable con longitud en cabecera:



Contenidos

1. Introducción

1. Motivación y objetivos
2. Sistemas posicionales (convertir, rango y complemento)

2. Representaciones

1. Alfanuméricas

1. Caracteres
2. Cadenas de caracteres

2. **Numéricas**

1. **Naturales y enteras**
2. Coma fija
3. Coma flotante (estándar IEEE 754)

Representación numérica

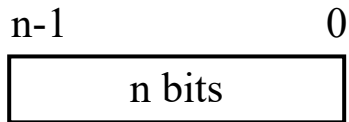
- ▶ Clasificación de números reales:
 - ▶ Naturales: 0, 1, 2, 3, ...
 - ▶ Enteros: ... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3,
 - ▶ Racionales: fracciones ($5/2 = 2,5$)
 - ▶ Irracionales: $2^{1/2}$, π , e, ...
- ▶ Conjuntos infinitos y espacio de representación finito:
 - ▶ Imposible representar todos
- ▶ Características de la representación usada:
 - ▶ Elemento representado:
Natural, entero, ...
 - ▶ Rango de representación:
Intervalo entre el menor y mayor n° representable
 - ▶ Resolución de representación:
Diferencia entre un número representable y el siguiente.
Representa el máximo error cometido. Puede ser cte. o variable.

Sistemas de representación binarios más usados

- A. Coma fija sin signo o binario puro naturales

- B. Signo magnitud
- C. Complemento a uno (Ca 1)
- D. Complemento a dos (Ca 2)
- E. Exceso $2^{n-1}-1$

- F. Coma flotante: Estándar IEEE 754 reales



- Rango de representación: $[0, 2^n - 1]$
- Resolución: 1 unidad

Decimal	Binario Puro	Signo magnitud	Complemento a uno	Complemento a dos	Exceso 3
+7	111	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
+6	110	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
+5	101	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
+4	100	N.D.	N.D.	N.D.	111
+3	011	011	011	011	110
+2	010	010	010	010	101
+1	001	001	001	001	100
+0	000	000	000	000	011
-0	N.D.	100	111	N.D.	N.D.
-1	N.D.	101	110	111	010
-2	N.D.	110	101	110	001
-3	N.D.	111	100	101	000
-4	N.D.	N.D.	N.D.	100	N.D.
-5	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
-6	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
-7	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.

$n-1, n-2$

s

n bits

0

$0 \Rightarrow + ; 1 \Rightarrow -$

- Rango de representación: $[-2^{n-1} + 1, 2^{n-1} - 1]$
- Resolución: 1 unidad
- Ambigüedad del 0 (+0 y -0)

Decimal	Binario Puro	Signo magnitud	Complemento a uno	Complemento a dos	Exceso 3
+7	111	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
+6	110	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
+5	101	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
+4	100	N.D.	N.D.	N.D.	111
+3	011	011	011	011	110
+2	010	010	010	010	101
+1	001	001	001	001	100
+0	000	000	000	000	011
-0	N.D.	100	111	N.D.	N.D.
-1	N.D.	101	110	111	010
-2	N.D.	110	101	110	001
-3	N.D.	111	100	101	000
-4	N.D.	N.D.	N.D.	100	N.D.
-5	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
-6	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
-7	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.

$n-1, n-2$

s

n bits

 0

- Rango de representación: $[-2^{n-1} + 1, 2^{n-1} - 1]$
- Resolución: **1 unidad**
- Ambigüedad del 0 / rango simétrico
- $-: 2^n - X - 1$ o cambiar los 1 por 0 y 0 por 1

$0 \Rightarrow + ; 1 \Rightarrow -$ y parte de magnitud

Decimal	Binario Puro	Signo magnitud	Complemento a uno	Complemento a dos	Exceso 3
+7	111	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
+6	110	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
+5	101	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
+4	100	N.D.	N.D.	N.D.	111
+3	011	011	011	011	110
+2	010	010	010	010	101
+1	001	001	001	001	100
+0	000	000	000	000	011
-0	N.D.	100	111	N.D.	N.D.
-1	N.D.	101	110	111	010
-2	N.D.	110	101	110	001
-3	N.D.	111	100	101	000
-4	N.D.	N.D.	N.D.	100	N.D.
-5	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
-6	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
-7	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.

$n-1, n-2 \quad 0$

s	n bits
---	--------

$0 \Rightarrow + ; 1 \Rightarrow -$ y parte de magnitud

- Rango de representación: $[-2^{n-1}, 2^{n-1} - 1]$
- Resolución: **1 unidad**
- No $\exists$ -0 / rango asimétrico
- : $2^n - X$ o complemento a uno más uno

Decimal	Binario Puro	Signo magnitud	Complemento a uno	Complemento a dos	Exceso 3
+7	111	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
+6	110	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
+5	101	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
+4	100	N.D.	N.D.	N.D.	111
+3	011	011	011	011	110
+2	010	010	010	010	101
+1	001	001	001	001	100
+0	000	000	000	000	011
-0	N.D.	100	111	N.D.	N.D.
-1	N.D.	101	110	111	010
-2	N.D.	110	101	110	001
-3	N.D.	111	100	101	000
-4	N.D.	N.D.	N.D.	100	N.D.
-5	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
-6	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
-7	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.

Complemento a dos para 32 bits

$$0000 \dots 0000 \text{ dos} = 0_{(10)}$$

$$0000 \dots 0000 \text{ dos} = 1_{(10)}$$

$$0000 \dots 0000 \text{ dos} = 2_{(10)}$$

...

$$0111 \dots 1111 \text{ dos} = 2,147,483,645_{(10)}$$

$$0111 \dots 1111 \text{ dos} = 2,147,483,646_{(10)}$$

$$0111 \dots 1111 \text{ dos} = 2,147,483,647_{(10)}$$

$$1000 \dots 0000 \text{ dos} = -2,147,483,648_{(10)}$$

$$1000 \dots 0000 \text{ dos} = -2,147,483,647_{(10)}$$

$$1000 \dots 0000 \text{ dos} = -2,147,483,646_{(10)}$$

...

$$1111 \dots 1111 \text{ dos} = -3_{(10)}$$

$$1111 \dots 1111 \text{ dos} = -2_{(10)}$$

$$1111 \dots 1111 \text{ dos} = -1_{(10)}$$

$n-1, n-2 \qquad 0$

s	n bits
---	--------

$0 \Rightarrow + ; 1 \Rightarrow -$ y parte de magnitud

- Rango de representación: $[-2^{n-1} + 1, 2^{n-1}]$
- Resolución: **1 unidad**
- No $\exists$ -0 / rango asimétrico
- +/-: $X + 2^{n-1}$ (sesgo = $2^{n-1} - 1$)

Decimal	Binario Puro	Signo magnitud	Complemento a uno	Complemento a dos	Exceso 3
+7	111	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
+6	110	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
+5	101	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
+4	100	N.D.	N.D.	N.D.	111
+3	011	011	011	011	110
+2	010	010	010	010	101
+1	001	001	001	001	100
+0	000	000	000	000	011
-0	N.D.	100	111	N.D.	N.D.
-1	N.D.	101	110	111	010
-2	N.D.	110	101	110	001
-3	N.D.	111	100	101	000
-4	N.D.	N.D.	N.D.	100	N.D.
-5	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
-6	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
-7	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.

Ejemplo comparativo (3 bits)

resumen

Decimal	Binario Puro	Signo magnitud	Complemento a uno	Complemento a dos	Exceso 3
+7	111	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
+6	110	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
+5	101	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
+4	100	N.D.	N.D.	N.D.	111
+3	011	011	011	011	110
+2	010	010	010	010	101
+1	001	001	001	001	100
+0	000	000	000	000	011
-0	N.D.	100	111	N.D.	N.D.
-1	N.D.	101	110	111	010
-2	N.D.	110	101	110	001
-3	N.D.	111	100	101	000
-4	N.D.	N.D.	N.D.	100	N.D.
-5	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
-6	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.
-7	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.	N.D.

Representaciones

resumen

Nombre	Binario puro	Signo-magnitud	Ca1	Ca2	Exceso $2^{n-1}-1$
Representa	Natural	Entero	Entero	Entero	Entero
Signo	Todos los bits son magnitud, no hay signo	MSB es el signo (0 $\Rightarrow$ + y 1 $\Rightarrow$ -)	MSB es signo y magnitud (0 $\Rightarrow$ + y 1 $\Rightarrow$ -)	MSB es signo y magnitud (0 $\Rightarrow$ + y 1 $\Rightarrow$ -)	MSB es signo y magnitud (0 $\Rightarrow$ - o 0 y 1 $\Rightarrow$ + no 0)
Rango	$[0, 2^n - 1]$	$[-2^{n-1} + 1, 2^{n-1} - 1]$	$[-2^{n-1} + 1, 2^{n-1} - 1]$	$[-2^{n-1}, 2^{n-1} - 1]$	$[-(2^{n-1} - 1), 2^{n-1}]$
Resolución	1 unidad	1 unidad	1 unidad	1 unidad	1 unidad
Inconveniente	No negativos	+0 y -0	+0 y -0	Rango asimétrico	Rango asimétrico
Ventaja		Rango simétrico	Rango simétrico	(No $\exists$ -0)	(No $\exists$ -0)
Truco		Quitar primer bit y con el resto es igual que binario	+ = binario - : cambiar 1 por 0 y 0 por 1	+ = binario - : Ca1 + 1	Restar siempre el sesgo ($2^{n-1} - 1$)
Valor		$V(X) = (1 - 2 \cdot x_{n-1}) \cdot \sum_{i=0}^{n-2} 2^i \cdot x_i$	$\begin{aligned} +: V(X) &= \sum_{i=0}^{n-2} 2^i \cdot x_i \\ -: V(X) &= -2^n + \sum_{i=0}^{n-1} 2^i \cdot x_i + 1 \end{aligned}$	$\begin{aligned} +: V(X) &= \sum_{i=0}^{n-2} 2^i \cdot x_i \\ -: V(X) &= -2^n + \sum_{i=0}^{n-1} 2^i \cdot x_i \end{aligned}$	$V(X) = \sum_{i=0}^{n-1} 2^i \cdot x_i - (2^{n-1} - 1)$

Ejemplo

- ▶ ¿Se puede representar 745_{10} en signo magnitud con 10 bits?

Ejemplo (solución)

- ▶ ¿Se puede representar 745_{10} en signo magnitud con 10 bits?
- ▶ Con 10 bits el rango en signo magnitud es:
 $[-2^9+1, \dots, -0, +0, \dots, 2^9-1] \Rightarrow [-511, 511]$
y por tanto, **no podemos representar 745**

Ejemplo

Para $n = 5$ bits y usando complemento a uno:

- ▶ ¿Cómo se representa $X = 5$?
- ▶ ¿Cómo se representa $X = -5$?
- ▶ ¿Cuál es el valor de 00111 en complemento a 1?
- ▶ ¿Cuál es el valor de 11000 en complemento a 1?

Ejemplo (solución)

Para $n = 5$ bits y usando complemento a uno:

- ▶ ¿Cómo se representa $X = 5$?
 - ▶ Como es positivo, en binario puro
 - ▶ 00101
- ▶ ¿Cómo se representa $X = -5$?
 - ▶ Como es negativo, se complementa el valor 5 (00101)
 - ▶ 11010
- ▶ ¿Cuál es el valor de 00111 en complemento a 1?
 - ▶ Como es positivo, su valor es directamente 7
- ▶ ¿Cuál es el valor de 11000 en complemento a 1?
 - ▶ Como es negativo, se complementa y se obtiene 00111 (7)
 - ▶ El valor es -7

Ejercicio (solución)

Indique la representación de los siguientes números, razonando brevemente su respuesta:

1. **-32** en complemento a uno con **6 bits**

1. **-32** en complemento a dos con **6 bits**

3. **-10** en signo magnitud con **5 bits**

4. **+14** en complemento a dos con **5 bits**

Ejercicio (solución)

Indique la representación de los siguientes números, razonando brevemente su respuesta:

1. **-32** en complemento a uno con **6 bits**

Con 6 bits **no es representable** en CI:

$$[-2^{6-1}+1, \dots, -0, +0, \dots, 2^{6-1}-1]$$

1. **-32** en complemento a dos con **6 bits**

$$CI + 1 \rightarrow \mathbf{100000}$$

3. **-10** en signo magnitud con **5 bits**

$$\text{Signo}=1, \text{magnitud}=1010 \rightarrow \mathbf{11010}$$

4. **+14** en complemento a dos con **5 bits**

$$\text{Positivo} \rightarrow CI=C2=SM \rightarrow \mathbf{01110}$$

Contenidos

1. Introducción

1. Motivación y objetivos
2. Sistemas posicionales (convertir, rango y complemento)

2. Representaciones

1. Alfánuméricas

1. Caracteres
2. Cadenas de caracteres

2. Numéricas

1. Naturales y enteras

1. **Operaciones aritméticas**
2. Coma fija
3. Coma flotante (estándar IEEE 754)

Comparación de aritmética en BP, C1 y C2

	Binario puro	Complemento a 1	Complemento a 2
Suma	$\begin{array}{r} 10110 \\ 01100 \\ \hline 100010 \end{array}$	igual que B.P.	igual que B.P.
Resta	$\begin{array}{r} 10110 \\ 01100 \\ \hline 01010 \end{array}$	sumar y si hay Cn-1 entonces sumar Cn-1 al total	sumar y si hay Cn-1 entonces descartarlo

En hardware, es más fácil operar con complemento

Comparación de aritmética en BP, C1 y C2

por qué sumar el acarreo en Ca1

	Binario	Decimal	
Suma		• $-X$ se representa como $2^n - X - 1$ • $-Y$ se representa como $2^n - Y - 1$ • $-(X + Y)$ se representa como $2^n - (X+Y) - 1$ • $-(X + Y)$ operando resulta $2^n + 2^n - (X + Y) - 2$ + 1	
Resta	<pre> 10110 01100 ----- 01010 </pre>	sumar y si hay C_{n-1} entonces sumar C_{n-1} al total	sumar y si hay C_{n-1} entonces descartarlo

Corrección de resultado sumando el acarreo...

Comparación de aritmética en BP, C1 y C2

por qué descartar el acarreo en Ca2

	Binario	a 2	
Suma		• $-X$ se representa como $2^n - X$ • $-Y$ se representa como $2^n - Y$ • $-(X + Y)$ se representa como $2^n - (X+Y)$ • $-(X + Y)$ operando resulta $2^n + 2^n - (X + Y)$	
Resta	$\begin{array}{r} 10110 \\ 01100 \\ \hline 01010 \end{array}$	sumar y si hay C_{n-1} entonces sumar C_{n-1} al total	sumar y si hay C_{n-1} entonces descartarlo

Corrección de resultado descartando el acarreo...

Comparación de aritmética en BP, C1 y C2

	Binario puro	Complemento a 1	Complemento a 2
Detectar desbordamiento	El resultado necesita 1 bit más Hay C_n	Suma de + + es -, Suma de - - es + $C_n \neq C_{n-1}$	Suma de + + es -, Suma de - - es + $C_n \neq C_{n-1}$
Extensión de signo	0...0 10110	1...1[↙]10110 0...0[↙]00110	1...1[↙]10110 0...0[↙]00110
...	...	...	...

Extensión de signo en complemento a dos

- ▶ ¿Cómo pasar de n bits a m bits, siendo $n < m$?
- ▶ Ejemplo:
 - ▶ $n = 4, m = 8$
 - ▶ Si $X = 0110$ con 4 bits $\Rightarrow X = 00000110$ con 8 bits
 - ▶ Si $X = 1011$ con 4 bits $\Rightarrow X = 11111011$ con 8 bits

Ejercicio

- ▶ Usando 5 bits para representarlo, haga las siguientes sumas en complemento a uno:
 - a) $4 + 12$
 - b) $4 - 12$
 - c) $-4 - 12$

Ejercicio (Solución Ca1 con 5 bits)

a) $4 + 12$

00100
01100

10000 $\Rightarrow$ se obtiene un negativo $\Rightarrow -15 \Rightarrow$ **overflow**

b) $4 - 12$

00100
10011

10111 $\Rightarrow -8$

c) $-4 - 12$

11011
10011

101110 $\Rightarrow$ negativo con 6 bits $\Rightarrow$ **overflow**

Grupo ARCOS

uc3m | Universidad **Carlos III** de Madrid

Tema 2: Representación de la información **(1/2)**

Estructura de Computadores

Grado en Ingeniería Informática

Grado en Matemática aplicada y Computación

Doble Grado en Ingeniería Informática y Administración de Empresas



Contado de otra manera...

1. Introducción

1. Motivación y objetivos
2. Sistemas posicionales (convertir, rango y complemento)

2. Representaciones

1. Alfanuméricas

1. Caracteres
2. Cadenas de caracteres

2. Numéricas

1. **Naturales y enteras**
2. Coma fija
3. Coma flotante (estándar IEEE 754)

Sistemas de representación binarios más usados

A. Coma fija sin signo o binario puro naturales

B. Signo magnitud

C. Complemento a uno (Ca 1)

enteros

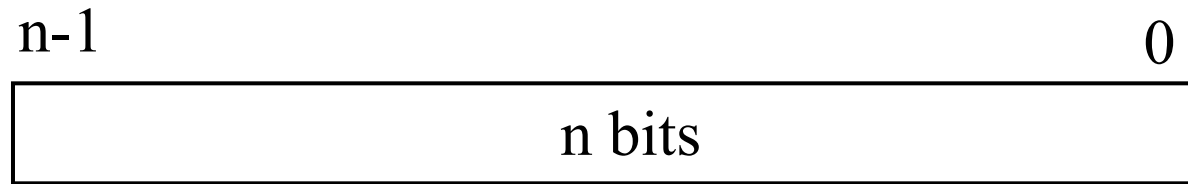
D. Complemento a dos (Ca 2)

E. Exceso $2^{n-1}-1$

F. Coma flotante: Estándar IEEE 754 reales

Coma fija sin signo o binario puro [naturales]

- Sistema posicional con base 2 y sin parte fraccionaria.

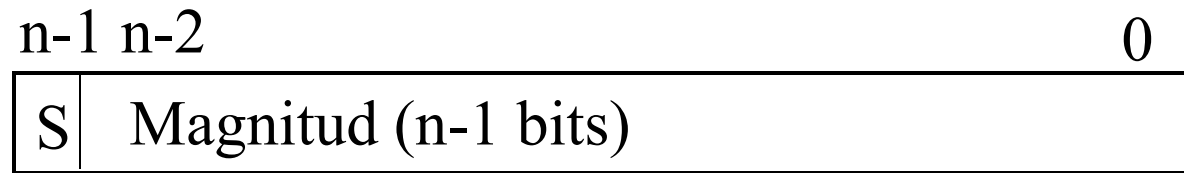


$$V(X) = \sum_{i=0}^{n-1} 2^i \cdot x_i$$

- Rango de representación: $[0, 2^n - 1]$
- Resolución: 1 unidad

Coma fija con signo o signo magnitud [enteros]

- ▶ Se reserva un bit (S) para el signo ($0 \Rightarrow +$; $1 \Rightarrow -$)

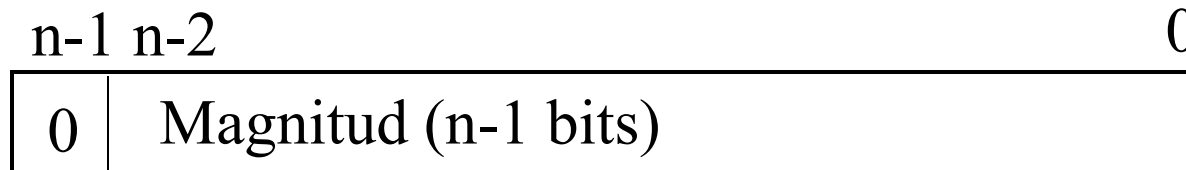


$$\begin{array}{ll} \text{Si } x_{n-1} = 0 & V(X) = \sum_{i=0}^{n-2} 2^i \cdot x_i \\ \text{Si } x_{n-1} = 1 & V(X) = -\sum_{i=0}^{n-2} 2^i \cdot x_i \end{array} \quad \left| \Rightarrow V(X) = (1 - 2 \cdot x_{n-1}) \cdot \sum_{i=0}^{n-2} 2^i \cdot x_i \right.$$

- Rango de representación: $[-2^{n-1} + 1, 2^{n-1} - 1]$
- Resolución: 1 unidad
- Ambigüedad del 0

Complemento a uno (a la base menos uno) [enteros] (1 / 3)

- **Número positivo:**
se representa en binario puro con $n-1$ bits



$$V(X) = \sum_{i=0}^{n-1} 2^i \cdot x_i = \sum_{i=0}^{n-2} 2^i \cdot x_i$$

- Rango de representación (+): $[0, 2^{n-1} - 1]$
- Resolución: 1 unidad

Complemento a uno (a la base menos uno) [enteros] (2/3)

► **Número negativo:**

- Se complementa a la base menos uno
- El número $X < 0$ se representa como $2^n - X - 1$ con n bits



$$V(X) = -2^n + \sum_{i=0}^{n-1} 2^i \cdot y_i + 1$$

- Rango de representación (-): $[-(2^{n-1}-1), -0]$
- Resolución: 1 unidad

Complemento a uno (a la base menos uno) [enteros] (3/3)

Truco: $C a 1 (X) = X$

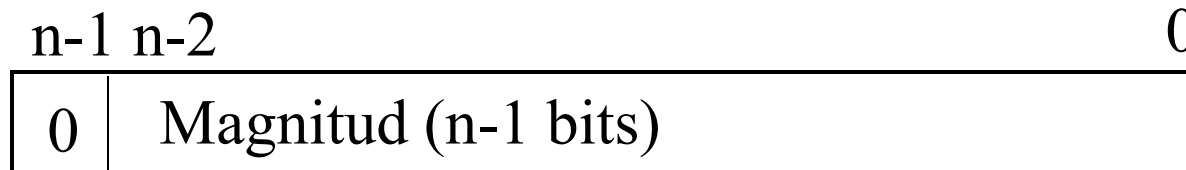
$C a 1 (-X) = \text{cambiar los 1 por 0 y los 0 por 1}$

- ▶ Ejemplo: Para $n=4 \Rightarrow$ el valor $+3_{10} = 0011_2$
- ▶ Ejemplo: Para $n=4 \Rightarrow$ el valor $-3_{10} = 1100_2$
 - ▶ $\Rightarrow 1$ (bit signo y también parte de magnitud)
 - ▶ $C a 1(3) \Rightarrow 2^4 - 0011_2 - 1 = 2^4 - 3 - 1 = 12 \Rightarrow 1100_2$

- Rango de representación: $[-2^{n-1}+1, 2^{n-1}-1]$
- Resolución: 1 unidad
- El 0 tiene doble representación (+0 y -0)
- Rango simétrico

Complemento a dos (complemento a la base) [enteros] (1 / 3)

- **Número positivo:**
se representa en binario puro con $n-1$ bits



$$V(X) = \sum_{i=0}^{n-1} 2^i \cdot x_i = \sum_{i=0}^{n-2} 2^i \cdot x_i$$

- Rango de representación (+): $[0, 2^{n-1} - 1]$
- Resolución: 1 unidad

Complemento a dos (complemento a la base) [enteros] (2/3)

► **Número negativo:**

- Se complementa a la base
- El número $X < 0$ se representa como $2^n - X$ con n bits



$$V(X) = -2^n + \sum_{i=0}^{n-1} 2^i \cdot y_i$$

- Rango de representación (-): $[-2^{n-1}, -1]$
- Resolución: **1 unidad**

Complemento a dos (complemento a la base) [enteros] (3/3)

Truco: $C a 2 (X) = X$

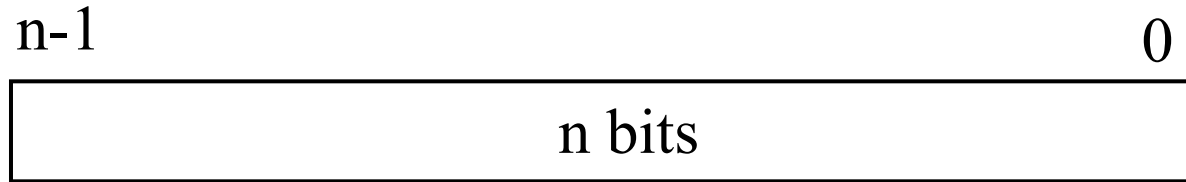
$$C a 2 (-X) = C a 1 (X) + 1$$

- ▶ Ejemplo: Para $n=4 \Rightarrow +3 = 0011_2$
- ▶ Ejemplo: Para $n=4 \Rightarrow -3 = 1101_2$
 - ▶ $1 \Rightarrow -$ (bit signo y también parte de magnitud)
 - ▶ $C a 2 (3) = C a 2 (0011_2) = 2^4 - 3 = 13 \Rightarrow 1101_2$

- Rango de representación: $[-2^{n-1}, 2^{n-1}-1]$
- Resolución: 1 unidad
- El 0 tiene una única representación (No $\exists -0$)
- Rango asimétrico

Representación en Exceso $2^{n-1}-1$ [enteros]

- ▶ El valor X con n bits se representa como $X + 2^{n-1}-1$
- ▶ Se denomina sesgo a la cantidad $2^{n-1}-1$



$$V(X) = \sum_{i=0}^{n-1} 2^i \cdot x_i - (2^{n-1} - 1)$$

- Rango de representación: $[-(2^{n-1}-1), 2^{n-1}-1]$
- Resolución: 1 unidad
- No existe ambigüedad con el 0